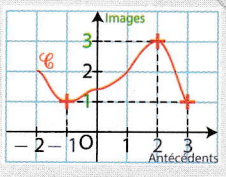
9 Fonctions : courbes représentatives

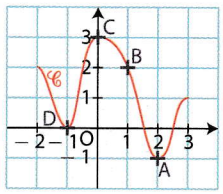
FICHE 62 Bien démarrer

- La courbe $\mathscr{C}$, dans le repère ci-contre, définit une fonction f sur l'intervalle $[-2;3]$.
  L'image de **2** est **3** ; on note $f(2) = 3$.
  Le nombre **1** a deux **antécédents** qui sont -1 et **3**. On a $f(-1) = 1$ et $f(3) = 1$.
- a et b désignent deux nombres réels.
  Dans un repère, la **représentation graphique** de la fonction affine $x \mapsto ax + b$ est une **droite**.



1 Lire et interpréter des coordonnées

La courbe $\mathscr{C}$, dans le repère ci-contre, définit une fonction f sur l'intervalle $[-2;3]$.
Dans chaque cas, indiquer les coordonnées du point de la courbe et compléter la phrase à l'aide de ces coordonnées.



a. A(2 ; −1) donc l'image de 2 par f est −1.

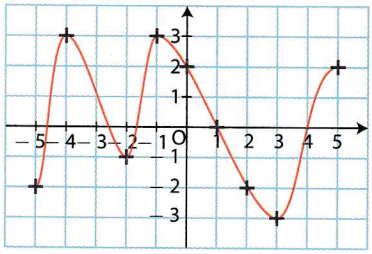
b. B(1 ; 2) donc un antécédent de 2 par f est 1.

c. C(0 ; 3) donc f(0) = 3.

d. D(−1 ; 0) donc l'image de −1 par f est 0.

2 Lire des images et des antécédents

g est la fonction définie sur l'intervalle $[-5;5]$ par la courbe dans le repère ci-dessous.



a. Indiquer l'image par g de :

• −5 : −2 • −4 : 3 • −2 : −1 • 0 : 2 • 3 : −3

b. Lire les antécédents du nombre −2. *Donner une valeur approchée si besoin.* −5 ; 2 et environ 3,5

c. Indiquer le nombre d'antécédents par g de :

• 0 : 5 • 2 : 5 • 3 : 2 • 2,5 : 4 • −3 : 1 • −4 : 0

3 Déterminer une image, un antécédent

Dans un repère, d est la représentation graphique de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x + 6$. Compléter.

a. L'image de 5 par g est 11 donc M(5 ; 11) appartient à d.

b. L'antécédent de 2 par g est −4 donc N(−4 ; 2) appartient à d.

4 Représenter une fonction affine

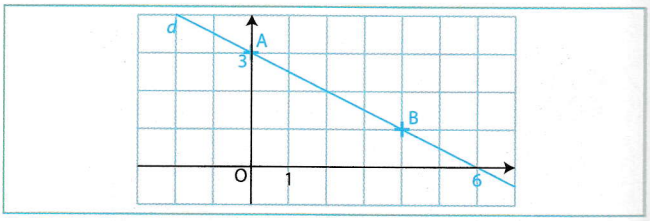
Dans un repère, d est la représentation graphique de la fonction affine $f : x \mapsto -0{,}5x + 3$.

a. Calculer $f(0)$ et $f(4)$ puis en déduire les coordonnées de deux points A et B de la droite d.

$f(0) = -0{,}5 \times 0 + 3 = 3$ et $f(4) = -0{,}5 \times 4 + 3 = 1$.

A(0 ; 3) et B(4 ; 1) appartiennent à d.

b. Placer les points A et B puis tracer la droite d.

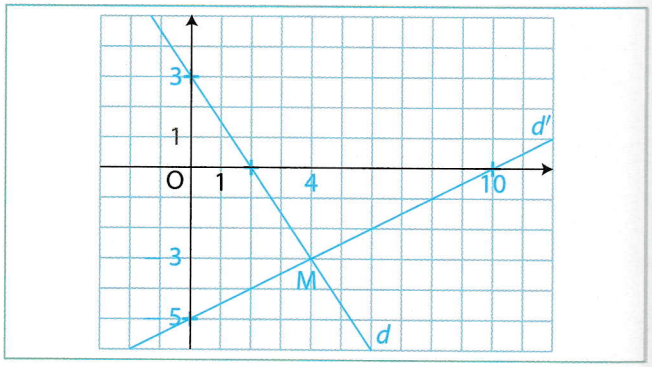


c. Les points M(18 ; −6) et N(43 ; −19,5) appartiennent-ils à la droite d ?

• $f(18) = -0{,}5 \times 18 + 3 = -9 + 3 = -6$.
Donc M(18 ; −6) appartient à d.
• $f(43) = -0{,}5 \times 43 + 3 = -21{,}5 + 3 = -18{,}5$.
$-18{,}5 \neq -19{,}5$ donc N(43 ; −19,5) n'appartient pas à d.

5 Lire les coordonnées d'une intersection

a. Dans le repère ci-dessous, tracer les représentations graphiques respectives d et d' des fonctions affines g et h définies par $g(x) = -1{,}5x + 3$ et $h(x) = 0{,}5x - 5$.

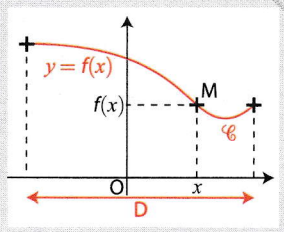


b. Lire les coordonnées du point d'intersection M des droites d et d' : M(4 ; −3)

FICHE 63 Courbe représentative d'une fonction

- f est une fonction d'ensemble de définition D (intervalle ou réunion d'intervalles). Dans un repère, la **courbe représentative** (ou représentation graphique) $\mathscr{C}$ de la fonction f est l'ensemble des points de coordonnées $(x\,;y)$ tels que $x \in$ **D et** $y = f(x)$. On dit qu'une équation de la courbe $\mathscr{C}$, dans ce repère, est $y = f(x)$.
- f est une fonction définie sur un ensemble D et de courbe représentative $\mathscr{C}$ dans un repère.
  - Si $M(x\,;y) \in \mathscr{C}$, alors $x \in$ D et $y = f(x)$.
  - Si $x \in$ D et $y = f(x)$, alors $M(x\,;y) \in \mathscr{C}$.

  Autrement dit **$M(x\,;y) \in \mathscr{C}$ si, et seulement si, $x \in$ D et $y = f(x)$.**



Deux calculs

- Déterminer sans calculatrice $A = 5{,}3^2 - 4{,}7^2$.

$A = (5{,}3 - 4{,}7)(5{,}3 + 4{,}7) = 0{,}6 \times 10 = 6$

- Développer et réduire $A = \left(x - \frac{2}{3}\right)\left(x - \frac{4}{3}\right)$.

$A = x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{2}{3}x + \frac{8}{9} = x^2 - 2x + \frac{8}{9}$

★

1 Dans un repère, $\mathscr{C}$ est la courbe représentative de la fonction affine $f : x \mapsto 2x - 8$.

a. Quelle est l'équation de la courbe $\mathscr{C}$ dans ce repère ?

$y = 2x - 8$

b. A, B, C et D sont quatre points de la courbe $\mathscr{C}$.
Compléter leurs coordonnées.

A(7 ; 6) B(−3 ; −14) C(2,5 ; −3) D$\left(\frac{5}{3}\,;\,\frac{14}{3}\right)$

2 Dans un repère, $\mathscr{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$. Traduire chaque information par l'appartenance de points à la courbe $\mathscr{C}$.

a. 4 est l'image de 5 par f.

b. 3 admet 1 et 6 pour antécédents par f.

a. A(5 ; 4) appartient à $\mathscr{C}$.
b. B(1 ; 3) et C(6 ; 3) appartiennent à $\mathscr{C}$.

3 Dans un repère, $\mathscr{C}$ est la courbe d'équation $y = 2x^2$.
Pour chaque point, dire s'il appartient à la courbe $\mathscr{C}$.

- A(3 ; 36)
- B(4 ; 32)
- C(−10 ; 200)

- $2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$ et $18 \neq 36$ donc A $\notin \mathscr{C}$.
- $2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$ donc B $\in \mathscr{C}$.
- $2 \times (-10)^2 = 2 \times 100 = 200$ donc C $\in \mathscr{C}$.

4 Dans un repère, $\mathscr{C}$ est la courbe d'équation $y = x^2 + 6$.

a. D$(-3\,;y)$ appartient à $\mathscr{C}$. Calculer y.

$y = (-3)^2 + 6 = 9 + 6 = 15$

b. E$(x\,;28)$ appartient à $\mathscr{C}$.
Déterminer les valeurs possibles de x.

$x^2 + 6 = 28$ c'est-à-dire $x^2 = 22$ soit $x = \sqrt{22}$ ou $x = -\sqrt{22}$.

5 Dans un repère, $\mathscr{C}$ est la courbe d'équation $y = 2x - 5\sqrt{x}$ (avec $x \geqslant 0$).

a. A est le point d'abscisse 16 de cette courbe.
Déterminer l'ordonnée de A.

b. Le point B(49 ; 54) appartient-il à la courbe $\mathscr{C}$?

a. $2 \times 16 - 5 \times \sqrt{16} = 32 - 5 \times 4 = 32 - 20 = 12$.
Donc l'ordonnée de A est 12.
b. $2 \times 49 - 5 \times \sqrt{49} = 98 - 5 \times 7 = 98 - 35 = 63$.
$63 \neq 54$ donc le point B n'appartient pas à $\mathscr{C}$.

★★

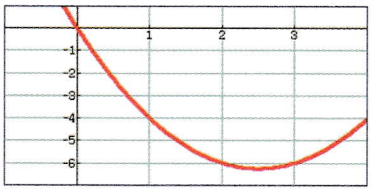
6 Dans un repère, $\mathscr{C}$ est la courbe d'équation $y = \frac{5}{x} + 4$ (avec $x \neq 0$).

a. Le point C$(-1\,;-1)$ appartient-il à la courbe $\mathscr{C}$?

b. D est le point d'ordonnée 5,6 de cette courbe.
Déterminer l'abscisse de D.

a. $\frac{5}{-1} + 4 = -5 + 4 = -1$. Donc C appartient à $\mathscr{C}$.
b. L'abscisse x de D vérifie $\frac{5}{x} + 4 = 5{,}6$
c'est-à-dire $\frac{5}{x} = 1{,}6$ soit $x = \frac{5}{1{,}6} = 3{,}125$.
L'abscisse du point D est 3,125.

7 Lou a affiché à l'écran de sa calculatrice, la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = x^2 - 5x$.



a. Lou affirme : « Le point A$(2\,;-6)$ appartient à la courbe $\mathscr{C}$. » A-t-elle raison ?

b. E est le point d'abscisse 8 de cette courbe.
Déterminer l'ordonnée de E.

a. $f(2) = 2^2 - 5 \times 2 = 4 - 10 = -6$.
Donc le point A appartient à la courbe $\mathscr{C}$.
Lou a raison.
b. Les coordonnées de E sont $(8\,;f(8))$.
$f(8) = 8^2 - 5 \times 8 = 64 - 40 = 24$.
Donc l'ordonnée de E est 24.